

# Brevet de maths 2011, série Collège – Correction du sujet

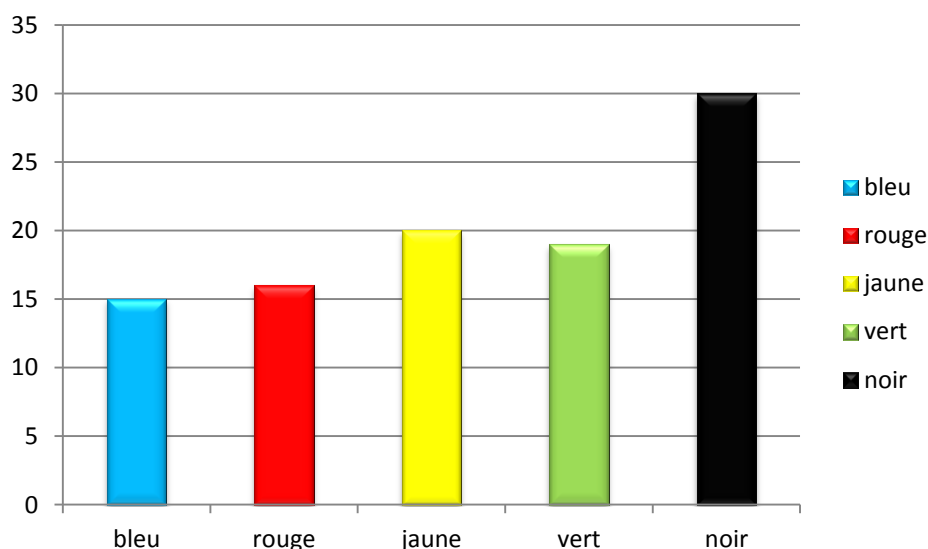
## Troisième (3<sup>ème</sup>)

### ACTIVITES NUMERIQUES

#### Correction de l'exercice 1

Un dé cubique a 6 faces, peintes de la sorte : une face est peinte en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et les deux dernières faces sont noires.

- 1- On jette ce dé 100 fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le graphique ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces 100 lancers.



- a- D'après l'histogramme ci-dessus, la couleur jaune apparaît 20 fois, parmi les 100 lancers. Ainsi, la fréquence d'apparition de la couleur jaune est donnée par la formule :

$$\frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} = \frac{20}{100} = 20 \%$$

- b- Déterminons de même la fréquence d'apparition de la couleur noire. Le graphique donne 30 répétitions (ou plus précisément occurrences) de la couleur noire parmi les 100 lancers, donc la fréquence d'apparition de cette couleur est :

$$\frac{30}{100} = 30 \%$$

**Remarque :** Les fréquences données aux questions 1-a et 1-b sont des **fréquences en pourcentage**. On pouvait accepter 0,2 et 0,3 comme fréquences puisque  $20 \% = 20/100 = 0,2$  et  $30 \% = 30/100 = 0,3$ .

- 2- On suppose le dé équilibré, c'est-à-dire non truqué, donc avec une **équiprobabilité** d'apparition de chaque face.
- a- **Une** seule face du dé est de couleur jaune. Ainsi, la probabilité d'obtenir la couleur jaune en lançant une fois le dé à **6** faces est donné par la formule :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{1}{6}$$

- b- **Deux** faces parmi les **six** sont de couleur noire, donc la probabilité d'obtenir la couleur noire en lançant une fois le dé cubique est :

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- 3- Observons de plus près les résultats obtenus aux questions 1-a et 2-a d'une part et 1-b et 2-b d'autre part.
- D'une part, on a  $20\% = 0,2$  et, en arrondissant à  $10^{-2}$  près par défaut,  $1/6 \approx 0,16$ .
  - D'autre part,  $30\% = 0,3$  et, en arrondissant à  $10^{-2}$  près par défaut,  $1/3 \approx 0,33$ .

Par conséquent, bien qu'elles soient proches, on observe un écart entre les fréquences obtenues à la 1<sup>ère</sup> question et les probabilités trouvées à la 2<sup>ème</sup> question. Cette disparité s'explique par le fait qu'une probabilité n'est qu'une « **fréquence théorique** » et pas une « **fréquence d'apparition** » (aussi appelée « fréquence de réalisation »). Ici, le nombre de lancers n'est pas suffisant pour que la fréquence soit proche de la probabilité.

**Remarque :** Lorsque l'on réitère une expérience un très grand nombre de fois, la « fréquence d'apparition » se rapproche de la « fréquence théorique ».

## Correction de l'exercice 2

### Analysons tout d'abord le problème.

L'énoncé nous invite à connaître le prix du bijou n°3. Or, il faut au préalable connaître d'une part le prix d'un triangle en verre et d'autre part le prix d'un triangle en métal.

Posons par conséquent :

- **$x$  le prix en euros d'un triangle en verre**
- **$y$  le prix en euros d'un triangle en métal**

Sachant que tous les triangles en verre sont au même prix, si un triangle en verre coûte  $x$  euros, alors :

- 2 triangles en verre coûtent deux fois plus cher, c'est-à-dire  $2x$  euros
- 3 triangles en verre coûtent trois fois plus cher, c'est-à-dire  $3x$  euros
- 4 triangles en verre coûtent quatre fois plus cher, c'est-à-dire  $4x$  euros
- et ainsi de suite !

De même, comme tous les triangles en métal valent le même prix, 2 triangles en métal coûtent  $2y$  euros. Et ainsi de suite !

Mettons désormais en équation le problème.

Le bijou n°1, qui se compose de 4 triangles identiques en verre et de 4 triangles identiques en métal, coûte 11 €. Ainsi,  $4x + 4y = 11$ .

Quant au bijou n°2, il est formé de 6 triangles identiques en verre et de 2 triangles identiques en métal, et il revient à 9,10 €. Ainsi,  $6x + 2y = 9,10$ .

Résolvons dorénavant le problème.

Pour connaître le prix de revient d'un triangle en verre et celui d'un triangle en métal, il convient de résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \\ 6x + 2y = 9,10 \end{cases}$$

Résolvons ce système en utilisant la méthode dite « par combinaison ».

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 6x + 2y = 9,10 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 2 \times 6x + 2 \times 2y = 2 \times 9,10 \text{ (2} \times \text{L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 12x + 4y = 18,2 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 12x + 4y - (4x + 4y) = 18,2 - 11 \text{ (L2 - L1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 12x + 4y - 4x - 4y = 7,2 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ 8x = 7,2 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ x = \frac{7,2}{8} \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \text{ (L1)} \\ x = 0,9 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,9 \text{ (L1)} \\ 4 \times 0,9 + 4y = 11 \text{ (L2)} \end{cases} \quad \updownarrow$$

$$\begin{cases} x = 0,9 \text{ (L1)} \\ 3,6 + 4y = 11 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,9 \text{ (L1)} \\ 4y = 11 - 3,6 \text{ (L2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,9 \text{ (L1)} \\ 4y = 7,4 \text{ (L2)} \end{cases}$$

On récrit le système à résoudre, où L1 et L2 désignent respectivement 1<sup>ère</sup> ligne et 2<sup>ème</sup> ligne du système.

On multiplie par 2 la ligne 2 pour faire apparaître sur chaque ligne 4y.

On effectue les calculs pour réduire l'expression de la 2<sup>ème</sup> ligne et bien mettre en évidence 4y sur chaque ligne.

On soustrait la 1<sup>ère</sup> ligne à la 2<sup>ème</sup> ligne, sans oublier les parenthèses, pour éliminer les y de la 2<sup>ème</sup> ligne.

On utilise la distributivité pour supprimer les parenthèses de la 2<sup>ème</sup> ligne. Pour cela, on change le signe des termes entre parenthèses car elles sont précédées du signe « - ».

On effectue les calculs pour réduire l'expression de la 2<sup>ème</sup> ligne.

On résout l'équation de la 2<sup>ème</sup> ligne pour trouver l'inconnue x.

On vient d'identifier la valeur de l'inconnue x.

On inverse les deux lignes pour mettre en évidence la valeur de x précédemment trouvée et on remplace x par cette valeur dans la 2<sup>ème</sup> équation (qui était en 1<sup>ère</sup> ligne).

On effectue le calcul pour réduire l'expression de la 2<sup>ème</sup> ligne.

On isole 4y dans l'équation de la 2<sup>ème</sup> ligne pour trouver l'inconnue y.

On résout la deuxième équation.

$$\begin{cases} x = 0,9 & (L1) \\ y = \frac{7,4}{4} & (L2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,9 & (L1) \\ y = 1,85 & (L2) \end{cases}$$

On aboutit au couple-solution du système.

Par conséquent, un triangle en verre coûte 0,90 € (il s'agit en fait de la valeur de  $x$ ), tandis qu'un triangle en métal coûte 1,85 € (il s'agit en fait de la valeur de  $y$ ).

Concluons.

Comme le bijou n°3 se compose de 5 triangles en verre au prix unitaire de 0,90 € et de 3 triangles en métal au prix unitaire de 1,85 €, son prix de revient est donné par le calcul suivant :

$$5 \times 0,90 + 3 \times 1,85 = 4,50 + 5,55 = 10,05$$

En conclusion, le bijou n°3 coûte 10,05 €.

**Remarque :** Il est également possible de résoudre cet exercice de manière pragmatique, sans faire appel à la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, en remarquant que le prix de deux bijoux n°3 est égal au prix du bijou n°1 additionné au prix du bijou n°2. En effet, il faut 10 triangles en verre et 6 triangles en métal pour créer deux bijoux n°3, c'est-à-dire exactement les mêmes éléments que ceux nécessaires pour concevoir un bijou n°1 et un bijou n°2. Ainsi, le prix de deux bijoux n°3 est égal à :  $11 + 9,10 = 20,10$  €. Il s'ensuit qu'un bijou n°3 coûte deux fois moins cher, soit 10,05 €.

### Correction de l'exercice 3

#### 1- Affirmations

##### a- Affirmation 1 :

Développons l'expression  $(2a + 3)^2$  en utilisant l'**identité remarquable**  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ .

$$(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2 \times (2a) \times 3 + 3^2 = 4a^2 + 12a + 9$$

L'affirmation 1 selon laquelle, pour tout nombre  $a$ ,  $(2a + 3)^2 = 4a^2 + 9$  est donc FAUSSE.

**Remarque :** Un contre-exemple suffit à contredire l'affirmation. En effet, en remplaçant par exemple  $a$  par 1 :

- On obtient dans le membre de gauche :  $(2a + 3)^2 = (2 \times 1 + 3)^2 = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$
- On obtient dans le membre de droite :  $4a^2 + 9 = 4 \times 1^2 + 9 = 4 \times 1 + 9 = 4 + 9 = 13$
- On remarque que  $25 \neq 13$  et on en conclut que  $(2a + 3)^2 \neq 4a^2 + 9$ . L'égalité devait être vérifiée pour n'importe quelle valeur de  $a$  ; or, avec  $a = 1$ , elle n'est pas vérifiée !

b- Affirmation 2 :

Soit  $x$  le prix initial d'un article.

Augmentons le prix de cet article de 20 %.

- Alors la hausse du prix est égale à  $x \times 20\% = 0,2x$ .
- De ce fait, après l'augmentation, le prix coûte  $x + 0,2x = 1,2x$ , c'est-à-dire le prix initial auquel s'ajoute le montant de l'augmentation.

Puis effectuons une remise de 20 % sur ce nouveau prix.

- Alors la baisse du prix est égale à  $1,2x \times 20\% = 0,24x$ .
- L'article coûte donc désormais  $1,2x - 0,24x = 0,96x$ , c'est-à-dire le prix intermédiaire auquel est soustraite la réduction.

Le prix final après augmentation de 20 % puis remise de 20 % est donc inférieur au prix initial ; en effet,  $0,96x < x$  (puisque  $x = 1x$ ).

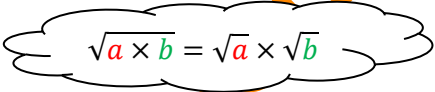
Les prix initial et final n'étant pas identiques, l'affirmation 2 est FAUSSE.

2- **Egalités**

a- Egalité 1 :

Simplifions l'écriture de  $\frac{\sqrt{32}}{2}$ .

$$\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{2} = \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{4^2} \times \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

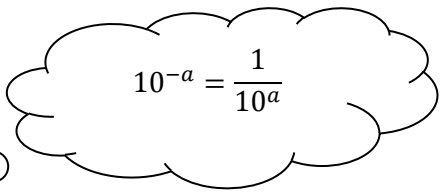

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

L'égalité 1 est donc VRAIE.

b- Egalité 2 :

D'une part :

$$10^5 + 10^{-5} = 10^5 + \frac{1}{10^5} = 100\,000 + 0,00001 = 100\,000,00001$$


$$10^{-a} = \frac{1}{10^a}$$

D'autre part :

$$10^0 = 1$$

Par conséquent l'égalité 2 selon laquelle  $10^5 + 10^{-5} = 10^0$  est FAUSSE.

Il suffirait de remplacer l'opérateur « + » de l'addition par l'opérateur « × » de la multiplication pour que l'égalité 2 soit vérifiée.

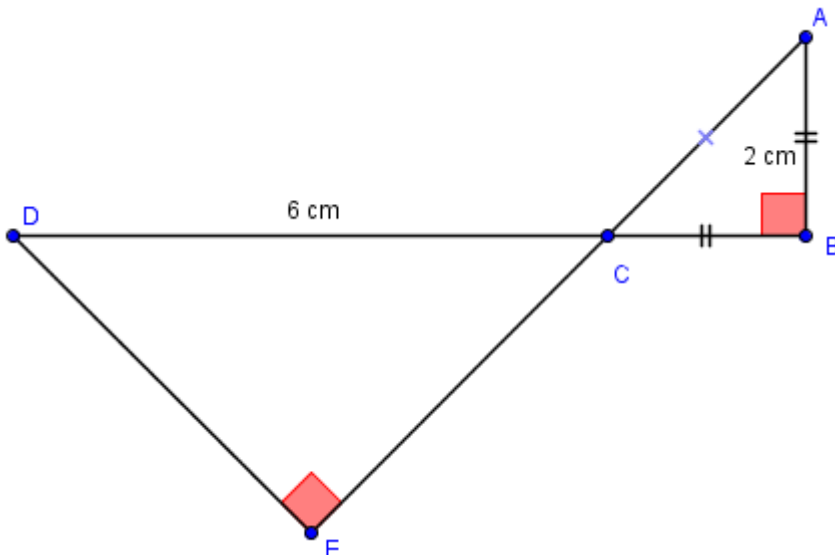
En effet,  $10^5 \times 10^{-5} = 10^{5+(-5)} = 10^{5-5} = 10^0$ . Ce résultat est ni plus ni moins celui du produit de deux nombres inverses  $A$  et  $A^{-1}$  (non nuls) puisque  $A \times A^{-1} = 10^0 = 1$ .

**Remarque :** Il faut toujours se méfier des calculatrices, surtout dès lors qu'on manipule des grands nombres ! En effet, en tapant l'opération  $10^5 + 10^{-5}$  avec une calculatrice n'affichant que 10 chiffres (ce qui est le cas de la plupart des calculatrices utilisées au collège), le résultat proposé par la machine est 100 000. En fait, ne pouvant afficher les 11 chiffres du résultat, la calculatrice propose une valeur arrondie du résultat, c'est-à-dire un résultat ni plus ni moins erroné.

## ACTIVITES GEOMETRIQUES

### Correction de l'exercice 1

1- Représentons ci-dessous la figure proposée.



2- a- Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$  et, d'après le codage il est par ailleurs isocèle (en  $B$ ). Ainsi, on a les résultats suivants :

- $\widehat{ABC} = 90^\circ$
- $\widehat{ACB} = \widehat{BAC}$
- $BA = BC$

Dans un triangle, la somme des angles est égale à  $180^\circ$  ; par conséquent :  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$

D'où l'égalité :  $90 + \widehat{ACB} + \widehat{ACB} = 180$

Il en résulte :  $2 \times \widehat{ACB} = 180 - 90 = 90$

C'est-à-dire :  $\widehat{ACB} = 90/2 = 45^\circ$

L'angle  $\widehat{ACB}$  mesure par conséquent  $45^\circ$ .

**Rappel :** Si un triangle est isocèle rectangle, ses angles à la base sont égaux et mesurent  $45^\circ$ .

b- D'après la figure, les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{DCE}$  sont **opposés par le sommet C** ; c'est pourquoi ils sont de même mesure. Autrement dit,  $\widehat{DCE} = \widehat{ACB} = 45^\circ$ . L'angle  $\widehat{DCE}$  mesure par conséquent  $45^\circ$ .

3- Le triangle  $CED$  est rectangle en  $E$  donc les formules trigonométriques peuvent s'y appliquer. On a en particulier :

$$\sin \widehat{DCE} = \frac{DE}{DC}$$

$$\sin \text{angle} = \frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{hypoténuse du triangle rectangle}}$$

D'où :  $DE = DC \times \sin \widehat{DCE} = 6 \times \sin 45 \approx 4,2 \text{ cm}$  (mesure arrondie à  $10^{-1}$  près par défaut).

Le segment  $[DE]$  mesure près de 4,2 cm.

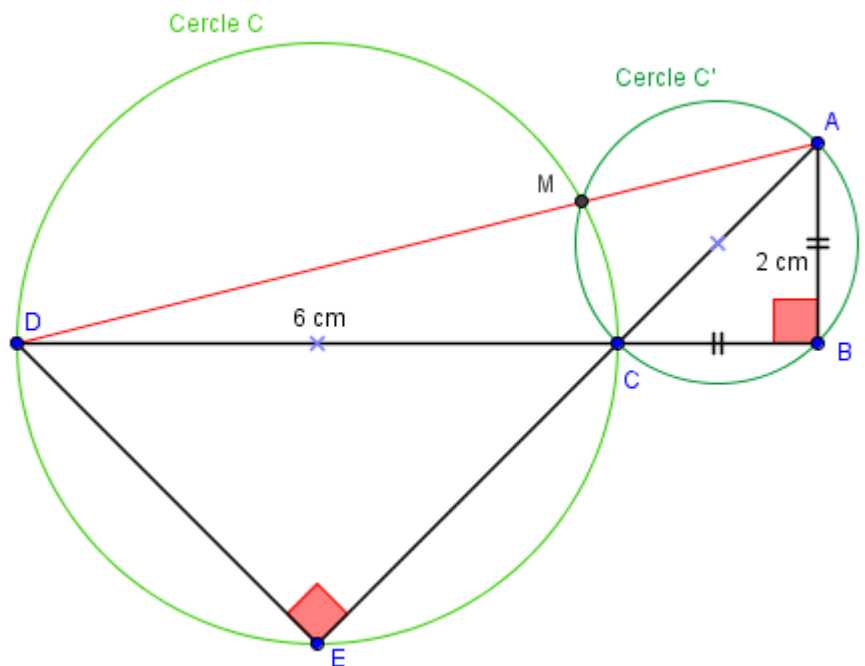
4- Le triangle  $DCE$  est rectangle en  $E$ . Or, si un triangle est rectangle, son **cercle circonscrit** a pour centre le milieu de son hypoténuse. En d'autres termes, le cercle circonscrit au triangle  $DCE$  rectangle en  $E$  a pour centre le milieu du segment  $[DC]$ .

- 5-
- Le point  $M$  appartient au cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $[DC]$ . Or, si un triangle est **inscrit** dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors il est rectangle. Par conséquent, le triangle  $CMD$  est rectangle en  $M$ . On a alors  $\widehat{CMD} = 90^\circ$ .
  - De même, le point  $M$  appartient au cercle  $\mathcal{C}'$  de diamètre  $[AC]$ . Par conséquent, le triangle  $CMA$  est rectangle en  $M$ . On a alors  $\widehat{CMA} = 90^\circ$ .
  - Les angles  $\widehat{CMD}$  et  $\widehat{CMA}$  sont **adjacents** donc :

$$\widehat{DMA} = \widehat{DMC} + \widehat{CMA} = \widehat{CMD} + \widehat{CMA} = 90 + 90 = 180^\circ$$

L'angle  $\widehat{DMA}$  mesure  $180^\circ$  ; il s'agit donc d'un **angle plat**. En définitive, les points  $D, M$  et  $A$  sont alignés dans cet ordre.

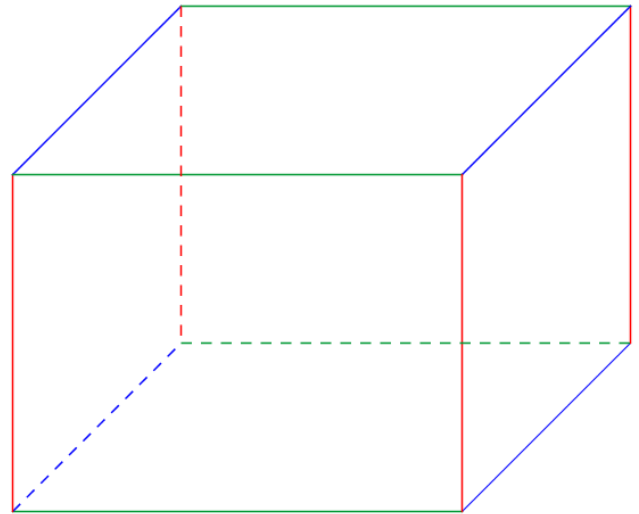
La figure ci-contre correspond à la figure, complétée au fur et à mesure de l'exercice :



## Correction de l'exercice 2

1- Ci-contre figure un pavé droit en **perspective cavalière**.

- Sur le dessin, les côtés verts désignent la longueur du pavé droit et ils sont de même mesure.
- De même, les côtés de couleur bleue correspondent à la largeur du pavé droit et ils sont isométriques (de même mesure).
- Et les côtés rouges matérialisent la hauteur du pavé droit ; ces côtés sont eux aussi de même mesure.



- 2-
- a- Un aquarium de la forme d'un **pavé droit** (aussi appelé **parallélépipède rectangle**) a pour volume  $L \times l \times h$  où  $L$ ,  $l$  et  $h$  désignent respectivement la longueur, la largeur et la hauteur du pavé droit. Notons  $V_{\text{aquarium}}$  le volume de cet aquarium, de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

$$V_{\text{aquarium}} = 40 \times 20 \times 30 = 24000 \text{ cm}^3$$

Le volume de l'aquarium est de 24000 cm<sup>3</sup>.

- b- Cherchons la capacité en litres (L) de cet aquarium. On sait que  $1000 \text{ cm}^3 = 1L$  donc :

$$V_{\text{aquarium}} = 40 \times 20 \times 30 = 24000 \text{ cm}^3 = 24 \times 1000 \text{ cm}^3 = 24 \times 1 L = 24L$$

Ainsi, l'aquarium peut contenir 24 litres.

- 3- Le volume  $V_{\text{boule}}$  d'une boule de rayon  $r$  est donné par la formule :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Or, la boule proposée dans cet exercice a un diamètre de 30 cm, c'est-à-dire un rayon de 15 cm. En effet, le rayon est la moitié du diamètre. De ce fait :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$$

Ce volume est exprimé en cm<sup>3</sup>.

- 4- Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts d'une boule de diamètre 30 cm.

Ainsi, le volume  $V'_{\text{aquarium}}$  de ce second aquarium est égal (en cm<sup>3</sup>) à :



$$V'_{aquarium} = \frac{3}{4}V_{boule} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3 = \pi \times 15^3$$

On verse le contenu de ce second aquarium dans l'aquarium parallélépipédique de dimensions  $40 \times 20 \times 30$  (*Longueur  $\times$  largeur  $\times$  hauteur*) et on cherche la hauteur  $h'$  à laquelle l'eau monte dans le premier aquarium. On a ainsi l'égalité suivante

$$40 \times 20 \times h' = \pi \times 15^3$$

D'où :

$$h' = \frac{\pi \times 15^3}{40 \times 20} \approx 13,3$$

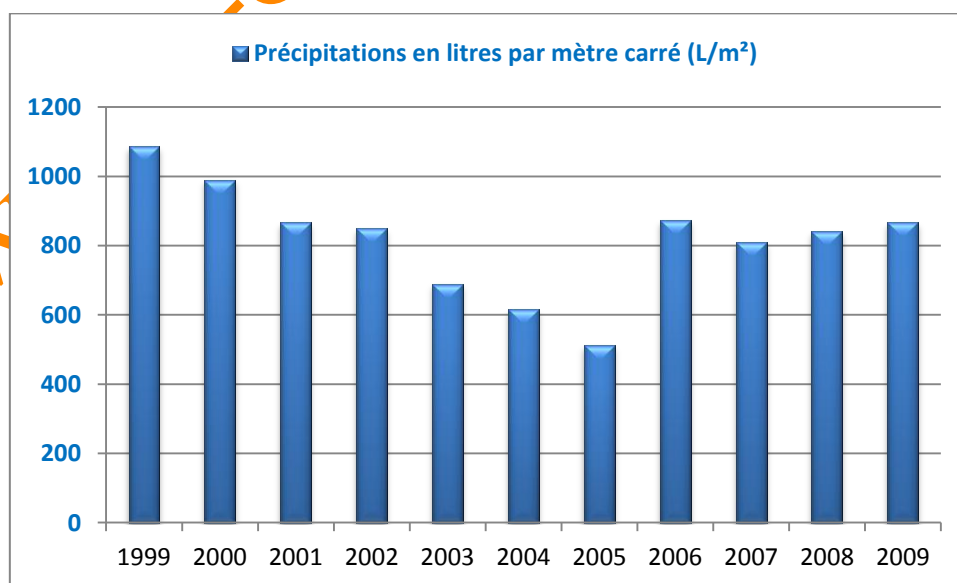
En conclusion, approchée au millimètre, la hauteur d'eau monte à une hauteur de 13,3 cm dès lors qu'on verse les trois quarts d'eau d'une boule de 30 cm de diamètre dans un aquarium sous forme de pavé droit, de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

## PROBLEME

### Partie I – La capacité à recueillir de l'eau de pluie

- 1- Tout d'abord, représentons sous forme d'histogramme les précipitations en litres par mètre carré qui se sont abattues dans la ville de résidence de la famille au cours des 11 années de relevés, de 1999 à 2009.

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (L/m <sup>2</sup> )	1087	990	868	850	690	616	512	873	810	841	867



- a- Le tableau des relevés de précipitations, comme l'histogramme, montrent clairement que c'est en 1999 qu'il y a eu le plus de précipitations.  
 b- En 2009, on a relevé 867 L/m<sup>2</sup>, c'est-à-dire qu'à 867 litres correspond 1 mètre carré.

Ainsi, pour une surface de 5 mètres carrés, c'est-à-dire pour une surface 5 fois supérieure à 1 mètre carré, on a 5 fois plus de litres d'eau.

Donc il est tombé :  $5 \times 867 = 4335$  litres.

On aurait pu aussi consigner ces données dans un **tableau de proportionnalité** et utiliser la propriété de la **linéarité multiplicative**.

	1	5
<b>Eau (en L)</b>	867	4335
<b>Surface (en m<sup>2</sup>)</b>	1	5

Diagram illustrating the multiplication of the surface area by 5 to find the corresponding water volume. A box labeled "x 5" is above the table, and another "x 5" is below it. A cloud-shaped callout contains the calculation  $867 \times 5 = 4335$ .

- 2- Calculons, de 1999 à 2009, la quantité **moyenne**  $\bar{x}$  d'eau tombée en une année.

$$\bar{x} = \frac{1087 + 990 + 868 + 850 + 690 + 616 + 512 + 873 + 810 + 841 + 867}{11} \approx 819 \text{ L/m}^2$$

Il est tombé en moyenne 819 litres d'eau par mètre carré entre 1999 et 2009. Cette moyenne est arrondie à l'unité par excès.

- 3- Calculons la surface au sol d'une maison ayant la forme d'un pavé droit de 13,9 mètres de long, de 10 mètres de large et de 6 mètres de haut.

Le sol de la maison est rectangulaire, si bien que la surface au sol, notée  $S$ , est donnée par la formule :

$$S = \text{Longueur} \times \text{largeur} = 13,9 \times 10 = 139 \text{ m}^2.$$

Le sol de la maison a une surface de 139 m<sup>2</sup>.

- 4- On suppose que le volume d'eau  $V$  pouvant être récupéré par la famille est donné par la formule :

$$V = P \times S \times 0,9 \text{ où } P \text{ désigne les précipitations en litre par mètre carré et } S \text{ la surface au sol de la maison.}$$

Appliquons cette formule avec  $P = 867$  pour déterminer le volume d'eau pendant l'année 2009 :

$$V = 867 \times 139 \times 0,9 = 108\,461,7 \text{ L}$$

Convertissons ce volume en m<sup>3</sup>.

$$V = 108\,461,7 \text{ L} = 108\,461,7 \text{ dm}^3 = 108,4617 \text{ m}^3$$

Le volume d'eau que peut capter la famille avoisine 108 m<sup>3</sup> (valeur arrondie au mètre cube près par défaut).

## Partie II – Les besoins en eau

- 1- La consommation moyenne d'eau par personne et par jour est estimée à 115 litres. L'eau utilisée chaque jour pour les WC est de 41 litres par personne. Calculons le pourcentage que cette consommation représente par rapport à la consommation moyenne en eau par personne et par jour :

$$\frac{41}{115} \approx 0,356 \approx \frac{356}{1000} \approx 35,6 \%$$

Arrondi à l'unité (par excès), le pourcentage de la consommation d'eau pour les WC représente près de 36 % par rapport à la consommation moyenne en eau par personne et par jour.

- 2- La consommation d'eau par une famille de 4 personnes pour une année de 365 jours est alors de :

$$\text{consommation moyenne d'eau par personne et par jour} \times \text{nombre de personnes} \times \text{nombre de jours} \\ = 115 \times 4 \times 365 = 167\,900 \text{ L} = 167,9 \text{ m}^3$$

Dans la mesure où 60 % de l'eau consommée peut être remplacée par de l'eau de pluie, les besoins en eau de pluie sont exprimés comme suit :

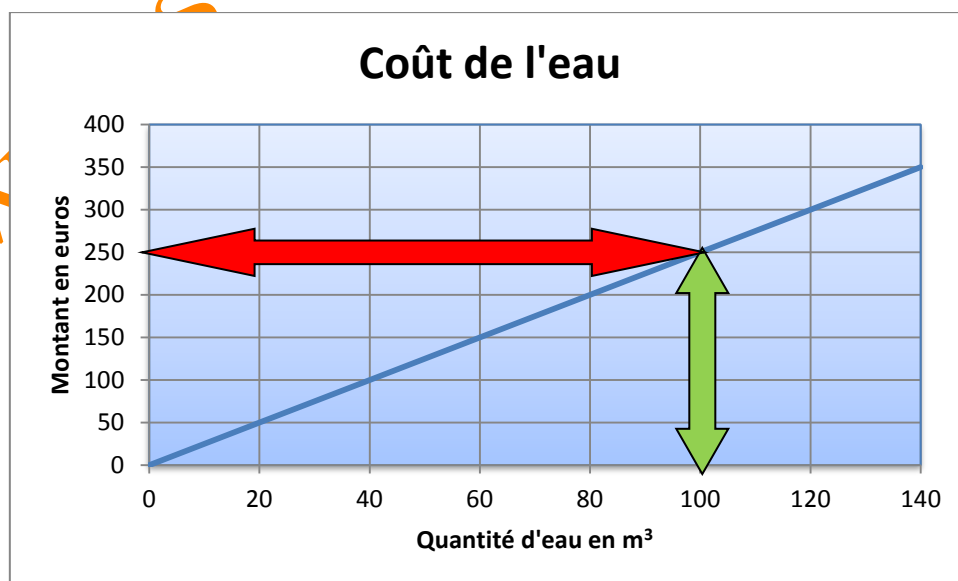
$$\frac{60}{100} \times 167,9 = 100,74 \text{ m}^3$$

Il faut par conséquent un peu plus de 100 mètres cubes d'eau pour répondre aux besoins en eau de pluie de la famille composée de 4 personnes pendant une année de 365 jours.

- 3- En 2009, 108 m<sup>3</sup> d'eau (partie I, question 4) ont pu être récoltés par la famille. Donc l'eau de pluie récupérée cette année-là aurait pu suffire à la famille pour couvrir ses besoins.

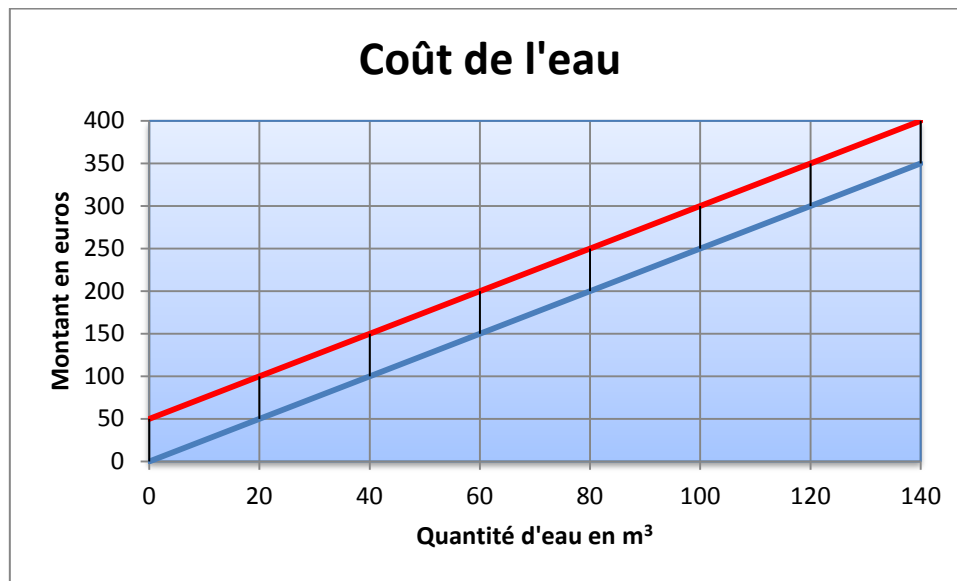
### Partie III – Le coût de l'eau

- 1-  
a- D'après le graphique, pour 100 m<sup>3</sup> d'eau (valeur sur l'axe des abscisses), le montant payé est de 250 € (valeur correspondante sur l'axe des ordonnées).



- b- On note  $p(x)$  le prix en euros de la consommation pour  $x$  mètres cubes d'eau.

- La représentation graphique du prix en fonction de la consommation d'eau est une **droite** qui passe par l'origine du repère donc la fonction  $p$  associée est une **fonction linéaire**.
  - L'expression générale d'une fonction linéaire est de la forme  $p(x) = ax$  où  $a$  désigne le **coefficient directeur** de la droite représentative de la fonction  $p$ .
  - Cherchons désormais la valeur de  $a$ . On sait, d'après la question précédente, que  $p(100) = 250$ . Donc  $a \times 100 = 250$ . D'où :  $a = \frac{250}{100} = 2,5$ .
  - Il en résulte que  $p$  est une fonction définie par  $p(x) = 2,5x$ .
- c- Au prix de la consommation vient s'ajouter le prix d'un abonnement de 50 € par an. Représentons cette fonction (en rouge) sur le graphique. La fonction  $p'$  ainsi obtenue est une fonction affine définie par  $p'(x) = 2,5x + 50$ .



- 2- Espérant économiser 250 € par an, une famille achète une citerne 910 € lui permettant de récupérer l'eau de pluie. Au bout de 2 ans, la famille aura économisé 500 € mais les économies réalisées ne pourront pas encore compenser l'achat de cette citerne. Cherchons donc à définir au bout de combien d'années la citerne sera rentabilisée.

$910 : 250 = 3,64$  donc il faudra attendre 4 ans pour que les économies réalisées compensent l'achat de la citerne.