Dérivation – Fonctions dérivées

Formulaire

DÉRIVÉES DES FONCTIONS USUELLES

Fonction f définie par	Ensemble de définition	Ensemble de dérivabilité	Fonction f' définie par
$f(x)=k$ (fonction constante)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$
$f(x)=ax$ $(a\in\mathbb{R}^*)$ (fonction linéaire)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=a$
$f(x)=ax+b$ $(a\in\mathbb{R}^*)$ (fonction affine)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=a$
$f(x)=\frac{1}{x}$ (fonction inverse)	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$
$f(x)=\sqrt{x}$ (fonction racine carrée)	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}^{+*}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x)=x^n$ $(n\in\mathbb{Z}^*)$ (fonction puissance)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$f(x)=\cos(x)$ (fonction cosinus)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=-\sin(x)$
$f(x)=\sin(x)$ (fonction sinus)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=\cos(x)$
$f(x)=\tan(x)$ (fonction tangente)	$\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,;k\in\mathbb{Z}\right\}$	$\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,;k\in\mathbb{Z}\right\}$	$f'(x)=\frac{1}{cos^2(x)}$ ou $f'(x)=1+tan^2(x)$
$f(x)=e^x$ (fonction exponentielle)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=e^x$
$f(x)=\ln(x)$ (fonction logarithme)	$\mathbb{R}^{+*}$	$\mathbb{R}^{+*}$	$f'(x)=\frac{1}{x}$

OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS

Dans le tableau ci-après, les fonctions u et v sont définies sur un même intervalle (ou réunion d'intervalles) I.

Opération	Fonction f définie par	Fonction f' définie par
Produit d'une fonction par un réel	$f(x)=ku(x)$ $(k\in\mathbb{R})$	$f'(x)=ku'(x)$
Somme de deux fonctions	$f(x)=u(x)+v(x)$	$f'(x)=u'(x)+v'(x)$

Produit de deux fonctions	$f(x) = u(x) \times v(x)$	$f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v(x)$
Quotient de deux fonctions	$f(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = \dfrac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{(v(x))^2}$

DÉRIVÉE DE FONCTIONS COMPOSÉES

Théorème : Soit u une fonction dérivable sur un intervalle (ou réunion d'intervalles) I et soit v une fonction dérivable sur $f(I)$.

La fonction $f = v \circ u$ est dérivable sur I et, pour tout $x \in I$, $f'(x) = (v \circ u)'(x) = (v' \circ u)(x) \times u'(x)$.

Fonctions composées	Fonction f définie par	Fonction f' définie par
Composée de deux fonctions	$f(x) = (v \circ u)(x)$	$f'(x) = u'(x) \times (v' \circ u)(x)$
Puissance n-ième d'une fonction	$f(x) = (u(x))^n$ $(n \in \mathbb{Z})$	$f'(x) = n \times u'(x) \times (u(x))^{n-1}$
Racine carrée d'une fonction	$f(x) = \sqrt{u(x)}$	$f'(x) = \dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$
Inverse d'une fonction	$f(x) = \dfrac{1}{u(x)}$	$f'(x) = -\dfrac{u'(x)}{(u(x))^2}$
Exponentielle d'une fonction	$f(x) = e^{u(x)}$	$f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$
Logarithme d'une fonction	$f(x) = \ln(u(x))$	$f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$